

druck. Die beobachteten Änderungen der Reaktionsgeschwindigkeiten bei berechneten Änderungen der Differenzen der Mesomerie-Energien um 0,1 Einheiten sind damit in Einklang zu bringen.

Anhang

In Tab. 2 sind die Werte der Mesomerie-Energien der behandelten ungesättigten Kohlenwasserstoffe zusammengestellt. Die mit ^H und ^P bezeichneten Werte sind aus Arbeiten von E. Hückel¹⁹ bzw. L. Pauling und J. Sherman²⁰ entnommen, die übrigen wurden vom Verf. neu berechnet. Die neuerdings von J. Syrkin und M. Diatkina²¹ veröffentlichten Werte der Mesomerie-Energien von 70 mehrkernigen aromatischen Kohlenwasserstoffen waren dem Verf. nicht zugänglich.

Das angeführte umfangreiche Zahlenmaterial ermöglicht eine Prüfung des vor kurzem von H. Hartmann²² angegebenen weitgehend vereinfachten Näherungsverfahrens auf breiterer Grundlage. Während die an den kondensierten 6-Ring-Systemen (XVI bis XXV) und den Polyphenylenen (5.6- bzw. 6.7-Additionsprodukte von XX bzw. XXV) nach der ausführlichen, wie auch der vereinfachten Rechenmethode zu erhaltenen Werte genügend gut übereinstimmen, ist dies bei den einfachen linearen Polyenketten und den aryl-

¹⁹ L. Pauling u. J. Sherman, J. chem. Physics 1, 606 [1933].

²⁰ J. Syrkin u. M. Diatkina, Acta physico-chemica URSS 21, 641 [1946].

²¹ H. Hartmann, Z. Naturforschg. 2a, 259 [1947].

substituierten Polyenen weit weniger der Fall. Die nach dem vereinfachten Verfahren ermittelten Werte für die letztgenannten ungesättigten Systeme (welche gerade bei den Additionsprodukten der aromatischen Kohlenwasserstoffe vielfach berechnet werden müssen) liegen durchweg zu hoch, und zwar derartig, daß der charakteristische Unterschied zwischen Olefinen und aromatischen Verbindungen verschwindet. Bei den Kohlenwasserstoffen XXVI und XLIV, XXXIII und XLV, XXXVIII und XLVI erhält man nach dem verkürzten Verfahren den gleichen Betrag an Mesomerie-Energie für jedes Stoffpaar, während das ungekürzte recht erhebliche Unterschiede ergibt. Nur das letzte Ergebnis stimmt mit der Erfahrung überein (vgl. z. B. die Unterschiede zwischen dem „Tschitschibabschen“, XXXVIII, und dem „Schlenkischen Kohlenwasserstoff“, XLVI). Wenn sich auch in einzelnen Fällen die beobachteten Additionsreaktionen mittels des Hartmannschen Verfahrens begründen lassen, so werden andererseits die Beziehungen zwischen den einzelnen Stoffen nicht richtig erfaßt, wie z. B. die zunehmende Additionsfähigkeit in den Reihen XVII, XIX, XXIV (Acene) und XXXVI bis XL (Chinontetraphenyldimethide). (Graide dieses Verhalten ist aber für die genannten Verbindungen charakteristisch und der Erklärung bedürftig.) Da kleine Änderungen der berechneten Zahlenwerte von Bedeutung sind, geschieht die von Hartmann durchgeführte Vereinfachung der quantentheoretischen Rechenverfahren — obwohl sie größtenteils richtig — obwohl sie größtenteils richtig — zwangsläufig auf Kosten einer nicht unerheblichen Minderung ihrer Leistungsfähigkeit.

Theoretischer Beitrag zur Arbeit von R. Hilsch über das „Wirbelrohr“

Von GERD BURKHARDT

Aus dem Institut für theoretische Physik der Universität Kiel

(Z. Naturforschg. 3a, 46—51 [1948]; eingegangen am 10. Mai 1947)

Es wird gezeigt, daß sich die Vorgänge in einem Wirbelrohr nach R. Hilsch unter geeigneten Vereinfachungen rechnerisch befriedigend genau erfassen lassen. Dies gelingt durch Einführung eines „Trennfaktors“ α , der die Trennung des Gases durch den quantitativ wohl kaum erfaßbaren Strömungsmechanismus bei der Entspannung der rotierenden Gasmasse beschreiben soll. Seine Größe und Veränderlichkeit bei Variation der Versuchsbedingungen werden durch eine plausible Näherungsbetrachtung erhalten. Auf diese Weise werden die Temperaturänderung des ausströmenden Gases, die erzielbaren Kälte- bzw. Wärmemengen und der Nutzeffekt berechnet und der Einfluß der verschiedenen Konstruktionsdaten auf diese Werte diskutiert.

Von R. Hilsch¹ wurde eine einfache und sehr sinnreiche Konstruktion angegeben, um durch adiabatische Expansion eines Gases einen Kaltluftstrom zu erzeugen, wobei die bei der Expansion freiwerdende Energie in Form eines Warmluftstromes getrennt abgeführt werden kann. Es kön-

¹ R. Hilsch, Z. Naturforschg. 1, 208 [1946].

nen auf diese Weise beachtliche Kältemengen erzeugt werden, ohne jeglichen, bei sonstigen Kältemaschinen erforderlichen technischen Aufwand. In ein Rohr vom Radius r wird durch eine Düse (Radius d) an der Rohrwand tangential zur Rohrwand und senkrecht zur Achse ein Luftstrom von hohem Druck p_0 eingeblasen. In der Rohrhälftrechts der



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Düse befindet sich unmittelbar neben der Düse eine Kreisblende vom Radius $b < r$, so daß nach rechts nur Luft längs der Rohrachse entweichen kann. Die linke Rohrhälfte ist an ihrem Ende durch ein verstellbares Ventil derart abgeschlossen, daß nur die an der Wandung des Rohres strömende Luft austreten kann. Das Verhältnis der links und rechts ausströmenden Luftmengen kann durch das Ventil beliebig variiert werden. Der Strömungsvorgang spielt sich in seinen Grundzügen, wie bereits von Hilsch in seiner Arbeit angegeben, folgendermaßen ab: Durch das tangentielle Einblasen entsteht eine schraubenförmig längs der Rohrwand nach links fortschreitende Rotationsströmung. Die allmählich nach innen zur Rohrachse hin expandierenden Luftteilchen erfahren infolge der Erhaltung des Drehimpulses eine starke Zunahme ihrer Rotationsgeschwindigkeit. Sie werden durch die Reibungskräfte gebremst, die eine Rotation der gesamten Gasmasse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit anstreben. Die Energie wird dabei als Wärme an die wandnahen Schichten abgeführt, die schließlich am linken Ende als Warmluftstrom austreten, während die übrige Luft, durch die Expansion abgekühlt, längs der Rohrachse zurückströmt und rechts durch die Blende als Kaltluftstrom ausgeblasen wird. An Stelle der mechanische Arbeit leistenden Maschine bei den üblichen Expansionskältemaschinen tritt also hier der Warmluftstrom, der durch das Zentrifugalfeld der wirbelnden Luft von der expandierenden Kaltluft getrennt wird.

Das gasdynamische Problem einer solchen rotierenden und expandierenden Luftmasse dürfte zu kompliziert sein, um einer übersichtlichen Rechnung zugänglich zu sein, weshalb Hilsch es vorgezogen hat, die günstigsten Abmessungen seines Wirbelrohres durch den Versuch zu ermitteln. Es lassen sich aber die vorliegenden Verhältnisse ziemlich leicht und mit recht befriedigender Genauigkeit auch rechnerisch erfassen, wenn man nur geeignete Vereinfachungen des Problems vornimmt, wie im folgenden gezeigt werden soll.

1. Berechnung des Druckes im Rohr

Wir berechnen zunächst den mittleren Druck p_i im Rohrinneren, auf den das Gas entspannt wird, wobei wir von der speziellen Form der Strömung absehen und das Gas auch im Rohr als ruhend betrachten.

Ein unter dem Druck p_1 stehendes, ruhendes Gas der Dichte ϱ_1 ströme durch eine Öffnung vom Querschnitt F in einen Raum, in dem der Druck p_2 herrscht. Die sekundliche Ausflußmenge bei Berücksichtigung der Kompressibilität k ist gegeben durch²:

$$G = F(p_2/p_1)^{1/k} \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 \varrho_1 \left(1 - (p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}}\right)},$$

solange die Strömung im Unterschallgebiet bleibt, d. h. der Außendruck größer als der kritische

$$\text{Druck } p_{kr} = p_1 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \approx 0,5 p_1 \text{ ist. Ist der}$$

Außendruck gleich oder kleiner, so erfolgt die Ausströmung mit Überschallgeschwindigkeit, und die ausfließende Menge wird vom Außendruck p_2 unabhängig:

$$G_{\max} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} F \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 \varrho_1}.$$

Übersichtlicher ist die Darstellung durch die folgende Näherungsformel nach Fliegnr² für Luft:

$$G = 2a F \sqrt{\frac{(p_1 - p_2) p_2}{T_i}} \quad \text{für } p_2/p_1 > 0,5,$$

$$G = a F p_1 / \sqrt{T_i} \quad \text{für } p_2/p_1 < 0,5,$$

$$a = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{M}{R}}.$$

M = Molgewicht, R = Gaskonstante, T_i = Temperatur im Innenraum. Für Luft gilt $a = 0,38$, wenn p in atm, F in cm^2 und G in kg/sec gemessen werden.

Denken wir uns nun das Wirbelrohr am linken, warmen Ende ganz abgeschlossen, so daß die ganze Luft durch die Blende rechts durchströmen muß, so können wir obige Beziehung genähert sowohl für die Ausströmung durch die Eintrittsdüse ($F = \pi d^2$) vom Anfangsdruck p_0 auf den Rohrinnendruck p_i , als auch für die Ausströmung durch die Blende ($F = \pi b^2$) vom Innendruck p_i auf den Außendruck p_a anwenden:

$$G = \frac{a}{\sqrt{T_0}} \pi d^2 p_0 = \frac{a}{\sqrt{T_i}} \pi b^2 p_i;$$

$$0,5 p_0 > p_i > 2 p_a.$$

² Siehe z. B. L. Prandtl, Strömungslehre. Vieweg, Braunschweig 1944, S. 241.

$$G = \frac{a}{\sqrt{T_0}} \pi d^2 p_0 = 2 a \pi b^2 \sqrt{\frac{(p_i - p_a) p_a}{T_i}}; \\ 0,5 p_0 > p_i < 2 p_a.$$

Da nun bei geschlossenem Ventil keine Wärme abgeführt werden kann, kann auch keine Temperaturerniedrigung eintreten, d. h. es ist $T_i = T_0$ und es wird:

$$(p_i/p_0)_1 = d^2/b^2 \quad \text{für } p_i > 2 p_a \\ \text{bzw.}$$

$$\left(\frac{p_i - p_a}{p_0} \right)_1 = 0,25 p_0 / p_a \cdot d^4/b^4 \quad \text{für } p_i < 2 p_a.$$

Läßt man durch Öffnen des Ventils am warmen Rohrende einen Teil der Luft auch nach links ausströmen, so wird der mittlere Innendruck natürlich abnehmen und bei voller Öffnung schließlich etwa gleich dem Außendruck p_a werden. Bezeichnet man also das Verhältnis der rechts ausströmenden kalten Luftmenge zur gesamten einströmenden Menge G mit γ , so ist es plausibel, ein lineares Anwachsen des Überdruckes $(p_i - p_a)$ im Rohr mit γ anzusetzen: $(p_i - p_a) = \gamma (p_i - p_a)_1$, so daß also für beliebige Ventilstellung gilt:

$$p_i/p_0 = (1 - \gamma) p_a/p_0 + \gamma d^2/b^2, \quad p_i > 2 p_a \quad (1) \\ \text{bzw.}$$

$$p_i/p_0 = p_a/p_0 + 0,25 \gamma p_0 / p_a \cdot d^4/b^4, \quad p_i < 2 p_a. \quad (2)$$

Die so berechneten Werte des mittleren Druckes im Rohrinneren stehen in guter Übereinstimmung mit den Messungen des Druckes am warmen Rohrende von R. Hilsch, wie Tab. 1 zeigt. Auch der lineare Verlauf wird durch die Messungen angenähert bestätigt (s. Abb. 2 der Arbeit von Hilsch).

p_0	$b = 1,4 \text{ mm}$		$b = 1,8 \text{ mm}$		$b = 2,2 \text{ mm}$		$b = 2,6 \text{ mm}$	
	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.
2,5	1,3	1,3	1,1	1,2	1,0	1,1	1,0	1,1
4,0	1,7	1,7	1,3	1,4	1,1	1,3	1,0	1,2
7,0	2,7	2,9	1,8	1,9	1,4	1,6	1,2	1,6
11,0	3,9	4,5	2,6	3,3	1,9	2,5	1,3	1,9

Tab. 1. Innendruck p_i in atm für $p_a = 1$ atm, $d = 1,1$ mm, $\gamma = 0,5$.

Größere Abweichungen treten nur bei hohem Überdruck und großen Blendenöffnungen auf, da der starke Wirbel beim Einströmen offenbar das Ausströmen aus der Blendenöffnung behindert.

2. Berechnung der Temperaturänderung

Bei der adiabatischen Expansion des Gases von p_0 auf den Innendruck p_i ändert sich der Wärmehalt pro Gramm um

$$Q = p_0 v_0 - p_i v_i + U_0 - U_i = c_p (T_0 - T_i),$$

v = spez. Volumen, U = innere Energie pro Gramm. Es steht also sekundlich eine Wärmemenge $J = c_p G (T_0 - T_i)$ zur Verfügung, wo G die pro sec expandierende Gasmenge bedeutet. Von dieser Wärmemenge muß nun von dem „warmen“ Gasstrom (Menge = $[1 - \gamma] G$) pro sec der noch zu ermittelnde Bruchteil αJ nach links abgeführt werden. Die Temperatur T_w desselben ergibt sich also aus:

$$\alpha c_p G (T_0 - T_i) + (1 - \alpha) G (T_i - T_w) = 0, \\ \alpha (T_0 - T_i) + (1 - \alpha) T_i = (1 - \alpha) T_w.$$

Der Rest $(1 - \alpha) J$ wird dem rechts ausströmenden kalten Gas (Menge = γG) wieder zugeführt, dessen Temperatur T_k also aus der Beziehung folgt:

$$(1 - \alpha) (T_0 - T_i) + \gamma T_i = \gamma T_k.$$

Aus beiden Gleichungen folgt die ohne weiteres einleuchtende und auch experimentell gut bestätigte Beziehung:

$$\gamma (T_0 - T_k) = (1 - \alpha) (T_w - T_0), \quad (3)$$

d. h. die rechts pro sec abgeführte Kältemenge ist gleich der links abströmenden Wärmemenge.

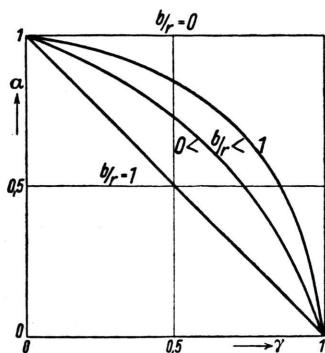
Um nun T_k und T_w einzeln zu berechnen, muß noch der Verlauf des „Trennfaktors“ α bestimmt werden. Man gewinnt ihn durch folgende qualitative Überlegung:

Offenbar wird bei geschlossenem Ventil links, also für $\gamma = 1$, gar keine Wärme links abfließen, bei ganz geöffnetem Ventil, also für $\gamma = 0$, dagegen mit dem gesamten Luftstrom auch die gesamte freiwerdende Wärme; es gilt also

$$\text{für } \gamma = 0 \quad \alpha = 1; \quad \text{für } \gamma = 1 \quad \alpha = 0.$$

Außerdem hängt der Trennungsvorgang offenbar auch von dem Durchmesser der Austrittsblende auf der kalten Seite ab. Ist dieser gleich dem Rohrdurchmesser, also $b/r = 1$, so wird völlige Durchmischung des austretenden Gases erfolgen und keine Temperaturänderung zu erwarten sein, d. h. es muß $\alpha = 1 - \gamma$ sein. Der Entmischungsprozeß wird aber um so vollkommener verlaufen,

je kleiner das Verhältnis b/r gemacht wird und im Grenzfall $b/r = 0$, wo nur die unmittelbar in der Achse strömende kalte Luft entweichen kann, wird α den Wert 1, unabhängig von γ , erreichen.

Abb. 1. Trennfaktor α .

Ohne also den sehr komplizierten Strömungsmechanismus im einzelnen zu kennen, der zur Trennung des Gases in einen warmen und in einen kalten Anteil führt, kann man mit Sicherheit feststellen, daß der Verlauf des Trennfaktors α als Funktion von γ zwischen den beiden Grenzgeraden $\alpha = 1 - \gamma$ für $b/r = 1$ und $\alpha = 1$ für $b/r = 0$ liegen muß (s. Abb. 1). Die einfachste Funktion für α , die den geforderten Grenzbedingungen genügt, lautet also: $\alpha = (1 - \gamma)^{b/r}$.

Mit diesem Wert und mit $T_w - T_0 = (p_i/p_0)^{\frac{k-1}{k}}$ wird schließlich die Temperaturerhöhung bzw. -erniedrigung des warmen bzw. kalten Gasanteiles:

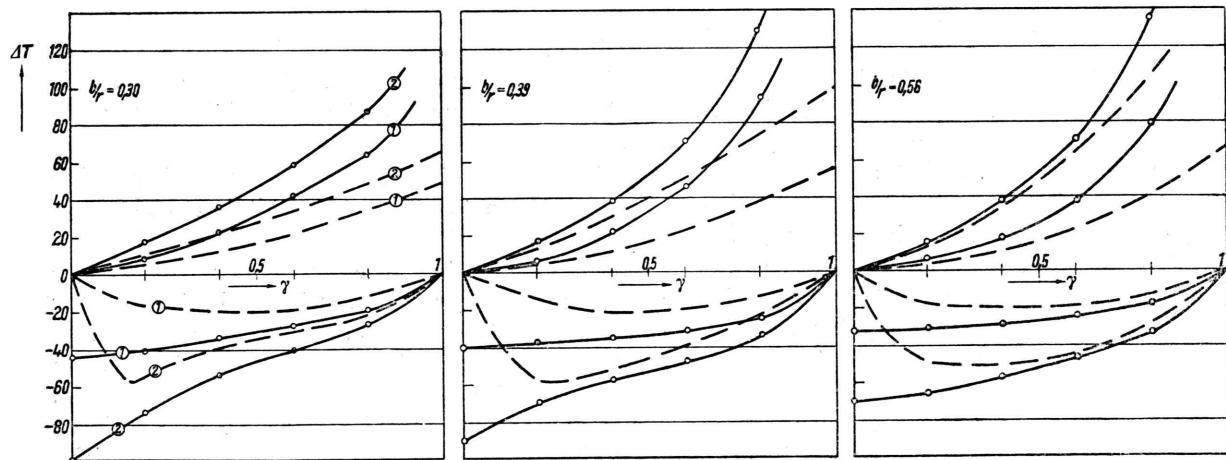
$$\frac{T_w - T_0}{T_0} = \left(1 - (p_i/p_0)^{\frac{k-1}{k}}\right) \left((1 - \gamma)^{b/r - 1} - 1\right), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{T_0 - T_k}{T_0} \\ = \left(1 - (p_i/p_0)^{\frac{k-1}{k}}\right) \left((1 - \gamma)^{b/r - 1} - 1\right) \frac{1 - \gamma}{\gamma}, \end{aligned} \quad (5)$$

wobei p_i/p_0 sich nach den Gln. (1) und (2) berechnet.

3. Diskussion des Resultates und Vergleich mit dem Experiment

In Abb. 2 sind für drei verschiedene Werte des Blendendurchmessers b und für zwei Werte des Ausgangsdruckes p_0 die nach obigen Gleichungen errechneten Temperaturdifferenzen als Funktion von γ zusammen mit den gemessenen Werten von Hilsch eingetragen. Die Übereinstimmung ist bei Berücksichtigung der Art unseres Näherungsverfahrens sehr befriedigend. Zu beachten ist, daß hier die wirklichen Temperaturen des *Gases* berechnet wurden, während Hilsch die Temperatur der *Rohrwandung* gemessen hat, die durch Wärmeverluste stets niedriger bzw. auf der kalten Seite höher liegen muß. Dieser Unterschied ist um so größer, je kleiner die durchströmenden Gasmengen sind, also auf der kalten Seite für $\gamma \rightarrow 0$, wo der Verlust durch Leitung am Rohr schließlich größer als die Kältezufuhr durch den Gasstrom wird, so daß die Temperatursenkung wieder auf 0 zurückgeht. Für $\gamma \rightarrow 1$ bleibt dagegen eine Temperaturerhöhung bestehen, da dort die Strömungsgeschwindigkeit der heißen Luft unmittelbar an der Wand erfolgt und schließlich sehr klein wird.

Abb. 2. Temperaturänderung auf der warmen und auf der kalten Seite. —— beob. n. Hilsch, —○— ber., (1) $p_0 = 1.5$ atü, (2) $p_0 = 10$ atü, $T_0 = 293^\circ$, Rohrdurchm. $2r = 4.6$ mm, Düsendurchm. $2d = 1.1$ mm.

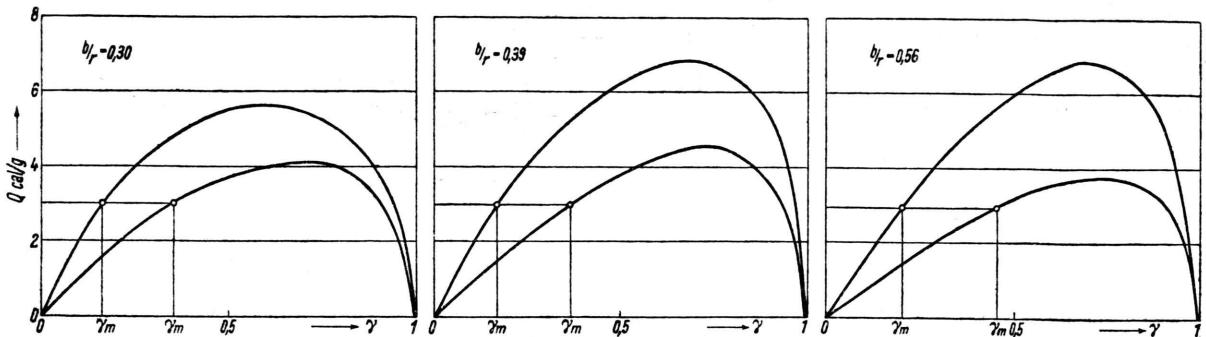


Abb. 3. Kälte-(Wärme-)Menge. γ_m = Lage des Temperaturminimums der Rohrwand (s. Abb. 2!).

Aus der Rechnung ergibt sich für $\gamma \rightarrow 0$ ein endlicher Grenzwert der Temperaturerniedrigung:

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{T_0 - T_k}{T_0} = (1 - b/r) \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right),$$

während $T_w - T_0$ für $\gamma \rightarrow 1$ gegen ∞ geht. Dieser kleine Schönhheitsfehler der Rechnung wird durch die spezielle Form des Gesetzes für α als $f(\gamma)$ bedingt, da alle α -Kurven mit unendlich steiler Tangente im Punkt $\gamma = 1$ einlaufen. Das Experiment bestätigt jedoch, daß die Temperaturerhöhung größere Werte erreichen kann als die Temperaturerniedrigung. Starke Drosselung durch das Ventil ergibt große Temperaturerhöhung, schwache Drosselung große Temperaturerniedrigung.

Für die Praxis wesentlich ist die Kenntnis des Verlaufes der erzielten Wärme- bzw. Kältemengen pro sec und pro Gramm der einströmenden Luftmenge. Es ist:

$$Q_w = c_p (1 - \gamma) (T_w - T_0) = Q_k = c_p \gamma (T_0 - T_k). \quad (6)$$

Den Verlauf zeigt Abb. 3 für die entsprechenden Verhältnisse von b/r und p_0 wie in Abb. 2. Die Kurven stimmen ebenfalls gut mit den gemessenen überein (s. Hilsch, Abb. 3); insbesondere zeigen sie die gleiche Verschiebung des Maximums (Lage etwa bei $\gamma = 0,7$) nach höheren γ -Werten, wo die Temperaturerniedrigung schon stark abgenommen hat. Offenbar verläuft der Mechanismus der Temperaturtrennung, der sich ja im wesentlichen am warmen Ende abspielt, besser bei kleinerem Gasaustritt an diesem Ende.

Diese Kurven geben übrigens auch Aufschluß über die Lage des beobachteten Minimums der kalten Rohrwand. Dieses tritt nämlich an der Stelle ein, wo die Verluste durch Leitung und

Vermischung des Luftstromes mit der umgebenden Luft gerade so groß sind wie die sekundlich erzeugte Kältemenge. Ist letztere kleiner als der Verlustwert, der bei dem untersuchten Rohr etwa 3 cal/sec betragen haben muß, so nimmt die Wandtemperatur trotz weiter abnehmender Temperatur des Luftstrahles wieder zu. Aus dem langsameren Anstieg der Q -Kurven mit wachsendem b/r und abnehmendem p_0 ergibt sich so die beobachtete Verschiebung des Minimums nach größeren γ -Werten.

Die Größe des Blendendurchmessers b beeinflusst die Leistung des Wirbelrohres in zweierlei Weise: der Innendruck hängt ab von b/d , der Trennfaktor α von b/r . Da beide Einflüsse einander entgegenwirken, wird es bei gegebenem Verhältnis von Düsen- zu Rohrdurchmesser einen optimalen Wert von b/r geben mit größter Kälteleistung. Dieser errechnet sich, nahezu unabhängig vom Ausgangsdruck und mit dem von Hilsch benützten Wert $d/r = 0,24$, zu $b/r = 0,4$ bis $0,45$, in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Hilsch. Die Temperaturerniedrigung dagegen nimmt mit abnehmendem b/r monoton zu (die Grenztemperatur T_k für $\gamma = 0$ fällt linear mit b/r !).

Eine proportionale Vergrößerung aller Rohrdimensionen ändert die Verhältnisse nicht. Daß trotzdem Hilsch mit größerem Rohrdurchmesser noch eine geringe Steigerung der Temperatursenkung an der Rohrwand erzielt, ist offenbar darauf zurückzuführen, daß durch die größeren transportierten Luftmengen schon bei kleineren γ -Werten die Kälteverluste übertroffen werden, was nach dem oben Gesagten eine Verschiebung des Minimums nach tieferen Temperaturen bewirkt. Dagegen müßte sich eine Verkleinerung des Verhältnisses d/r günstig auswirken, d. h. also, bei

gegebener Gesamtluftleistung und gegebenem Ausgangsdruck p_0 (wodurch d festgelegt ist), die Vergrößerung des Rohrradius. Damit ist aber eine Schwächung des Zentrifugalfeldes, dem entscheidenden Faktor für die Wirksamkeit des Wirbelrohres, verbunden. Zur Abschätzung wollen wir annehmen, daß beim Eintritt des Gasstrahles in das Wirbelrohr die Zentrifugalkraft etwa ebenso groß oder jedenfalls nicht wesentlich kleiner als der Druckgradient quer zum Strahl sein muß:

$$\frac{w^2}{r} \approx \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \approx \frac{1}{\rho} \frac{p - p_i}{d}.$$

Daraus folgt

$$d/r \gtrsim \frac{p - p_i}{\rho w^2}.$$

Setzt man für p , ρ und Strömungsgeschwindigkeit w die kritischen Werte an der Düsenmündung ein, so erhält man für $p_i/p_0 = 0,3$ den Wert $d/r = 0,25$. Man erkennt aus dieser groben Abschätzung jedenfalls, daß eine wesentliche Verkleinerung dieses Verhältnisses den Effekt herabsetzen dürfte.

Wie ohne weiteres ersichtlich, steigt die Kälteleistung und die Temperaturerniedrigung mit wachsendem Anfangsdruck p_0 , jedoch erreicht diese Zunahme sehr rasch eine obere Grenze. So beträgt die Temperatursenkung bei 5 atm Anfangsdruck bereits 75% der maximal erreichbaren, bei $p_0 \rightarrow \infty$ und bei $p_0 = 10$ atm schon fast 90%. Weitere Drucksteigerung wird also die Wirkung des Wirbelrohres nicht mehr wesentlich erhöhen.

Wir sind nunmehr auch in der Lage, den Wirkungsgrad des Wirbelrohres etwas exakter als Hilsch anzugeben. Als Leistungsziffer einer Kältemaschine definiert man das Verhältnis der erzielten Kältemenge zur aufgewandten Arbeit

$$\varepsilon = Q_k / A.$$

Hier ist

$$Q_k = c_p \gamma (T_0 - T_k)$$

und

$$A = c_v T_0 \left(\left(\frac{p_0}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right),$$

da A die Arbeit ist, um das Gas (adiabatisch) vom Normaldruck p_a auf den Druck p_0 zu komprimieren.

Die hiernach berechnete Leistungsziffer ε (mit den optimalen Daten $\gamma = 0,4$, $b/r = 0,4$ und $d/r = 0,24$) ist in Abb. 4 als Funktion der relativen

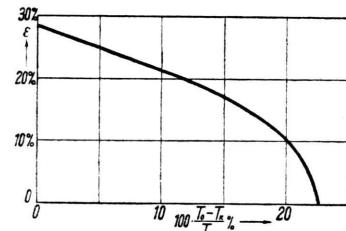


Abb. 4. Leistungsziffer ε als Funktion der relativen Temperaturerniedrigung $\frac{T_0 - T_k}{T_0}$.

Temperaturerniedrigung $(T_0 - T_k)/T_0$ eingetragen. Die Leistungsziffer nimmt mit zunehmender Abkühlung ab und beträgt im mittleren Bereich etwa 20%. Abkühlungen über 22% der absolut gemessenen Ausgangstemperatur T_0 können mit dem Wirbelrohr nicht erzielt werden. Gegenüber den üblichen Kältemaschinen, deren Leistungsziffern in diesem Temperaturbereich noch über dem zehnfachen Wert liegen, kann also das Wirbelrohr hinsichtlich seines Nutzeffektes nicht bestehen, dagegen besitzt es hinsichtlich seines einfachen Aufbaues und in seiner Handhabungsweise eine so wesentliche Überlegenheit, daß seine Anwendbarkeit für spezielle Bedürfnisse der Praxis sehr aussichtsreich erscheint.